Pontificia Universidad Católica del Perú

Escuela de Posgrado & Sección Matemáticas

Seminario de Matemática

Sobre una conjetura de Yau

Carlos Tapia Chinchay
Pontificia Universidad Católica del Perú

Resumen: Sea Σ una hipersuperficie minima cerrada, orientable y «embbebida» en $\mathbb{S}^{m+1}$. Los autovalores del Laplaciano de Σ forman un conjunto discreto que satisface

$$0 = \lambda_0 < \lambda_1(\Sigma) \leq \lambda_2(\Sigma) \leq \cdots \leq \lambda_k(\Sigma) \leq \cdots \to +\infty.$$

Es conocido que el primer autovalor $\lambda_1(\Sigma) \leq m$. Además si Σ es $\mathbb{S}^m$ o $\mathbb{S}^p\left(\sqrt{p/m}\right) \times \mathbb{S}^q\left(\sqrt{q/m}\right)$ (con $p+q=m$) se obtiene la igualdad $\lambda_1(\Sigma) = m$. En 1982 Yau presentó la siguiente conjetura: «*Si Σ es hipersuperficie minima cerrada orientable y embebida en $\mathbb{S}^{m+1}$, entonces $\lambda_1(\Sigma) = m$.*» Choi y Wang en 1983 demuestran que $\lambda_1(\Sigma) \geq m/2$. Por otro lado Tang y Yan en 2014 completan la demostración de que si Σ es adicionalmente isoparamétrica, entonces $\lambda_1(\Sigma) = m$. Más tarde, Spruck en 2023, muestra que

$$\lambda_1(\Sigma) > \frac{m}{2} + \frac{a(m)}{\Lambda^6 + b(m)};$$

donde $\Lambda := \text{máx}\,|A| > \sqrt{m}$ (A es la segunda forma fundamental de Σ),

$$a(m) = \frac{m-1}{32}\left[\arctan\left(\frac{1}{3\sqrt{m}}\right)m\right]^3 \left[\sqrt{2m} - \frac{\Lambda\frac{\sqrt{m}}{3}}{\Lambda - \frac{\sqrt{m}}{3}}\left(\frac{m}{\Lambda^2}+1\right) - \frac{\sqrt{m}}{20}\right] \quad \text{y}$$

$$b(m) = \frac{5(m-1)\left[\arctan\left(\frac{1}{3\sqrt{m}}\right)m\right]^3}{8\sqrt{m}};$$

mejorando así la cota inferior de $\lambda_1(\Sigma)$ dada por Choi y Wang. En colaboración con Asun Jiménez y Detang Zhou, proporcionamos una nueva cota (la mejor hasta la fecha) para $\lambda_1(\Sigma)$:

$$\lambda_1(\Sigma) > \frac{m}{2} + \frac{m(m+1)}{32(4\Lambda+m+3)^2+8}.$$

Mediante una generalización de este resultado obtenemos una mejora para la cota inferior de Choi-Wang también en variedades ambientes como el espacio proyectivo complejo $\mathbb{C}P^n$ y el espacio proyectivo cuaterniónico QP^n.

Fecha: Jueves 13 de marzo de 2025
Hora: 14:00 - 15:00 horas
Lugar: Auditorio de Matemáticas.